

Exercice1 :

1°) a) Résoudre dans \mathbb{N} l'équation $x^2(2x+1) = 468$

b) Peut-on trouver un entier naturel b supérieur à 1 tel que le nombre qui s'écrit 941 dans le système décimal s'écrit $\overline{4205}$ dans le système de numération de base b ?

2°) Soit a un entier strictement supérieur à 2. On considère les nombres $N = 2(a-1)$ et

$$N' = (a-1)^2$$

a) Ecrire N et N' dans le système de numération de base a .

b) Vérifier que N et N' s'écrivent dans l'ordre inverse avec les mêmes chiffres.

Exercice2 :

Soit la suite réelle définie par :

$$\begin{cases} u_0 = 2, u_1 = \frac{5}{2} \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n - u_{n-1} \end{cases}$$

Démontrer par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 2 \cos \frac{n\pi}{3} + \sqrt{3} \sin \frac{n\pi}{3}$

1°) Etablir que l'expression est vraie pour $n = 0$ et $n = 1$

2°) Supposer que l'expression est vraie au rang n et au rang $n+1$ et prouver qu'elle est vraie au rang $n+2$.

Problème :

Dans cet exercice, pour tout nombre complexe z , on désigne par \bar{z} le nombre conjugué de z .

1°) On considère les nombres complexes $a = 1+i$, $b = (a+i)(\bar{a}+i)$ et $c = (b+i)(\bar{b}+i)$

a) Calculer b et c .

b) Dans le plan complexe rapporter au repère orthonormal (O, \vec{u}, \vec{v}) , placer les images respectives A, B et C des nombres complexes a, b et c , puis tracer le cercle de diamètre $[AC]$ (unité graphique 2 cm). Montrer que le point B appartient à ce cercle.

2°) Résoudre, dans \mathbb{C} l'équation d'inconnue z : $(z+i)(\bar{z}+i) = 0$.

Placer sur la figure précédente les images S et T des solutions.

2°) On pose $z = x+iy$ et $(z+i)(\bar{z}+i) = X+iY$ où x, y, X et Y sont des nombres réels.

a) Exprimer X et Y en fonction de x et y .

b) Déterminer, puis tracer sur le graphique :

- l'ensemble E des points d'affixes z telles que $(z+i)(\bar{z}+i)$ soit un nombre réel ;

- l'ensemble E' des points d'affixes z telles que $(z+i)(\bar{z}+i)$ soit un imaginaire pur.

c) En utilisant les deux ensembles E et E' , retrouver les résultats de la question 2.